

Universidad Nacional Autónoma de México
Departamento de Matemáticas

24 Septiembre 2024

**MODELOS EN HACES
PARA EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO**

Fernando Zalamea
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia

Contenido

0. *Modelos en haces para el pensamiento matemático*
1. (H). Haces y fenomenología
2. (HK). Modelos de Kripke e historia
3. (THK). Topos y metafísica
4. (RTHK). Superficies de Riemann y cultura
5. Ejemplos: Galois, Riemann, Poincaré, Gödel

0. Modelos en haces para el pensamiento matemático (2016-2021)

Modelos en haces para el pensamiento matemático ¶

Fernando Zalamea ¶

Colección **OBRA SELECTA**

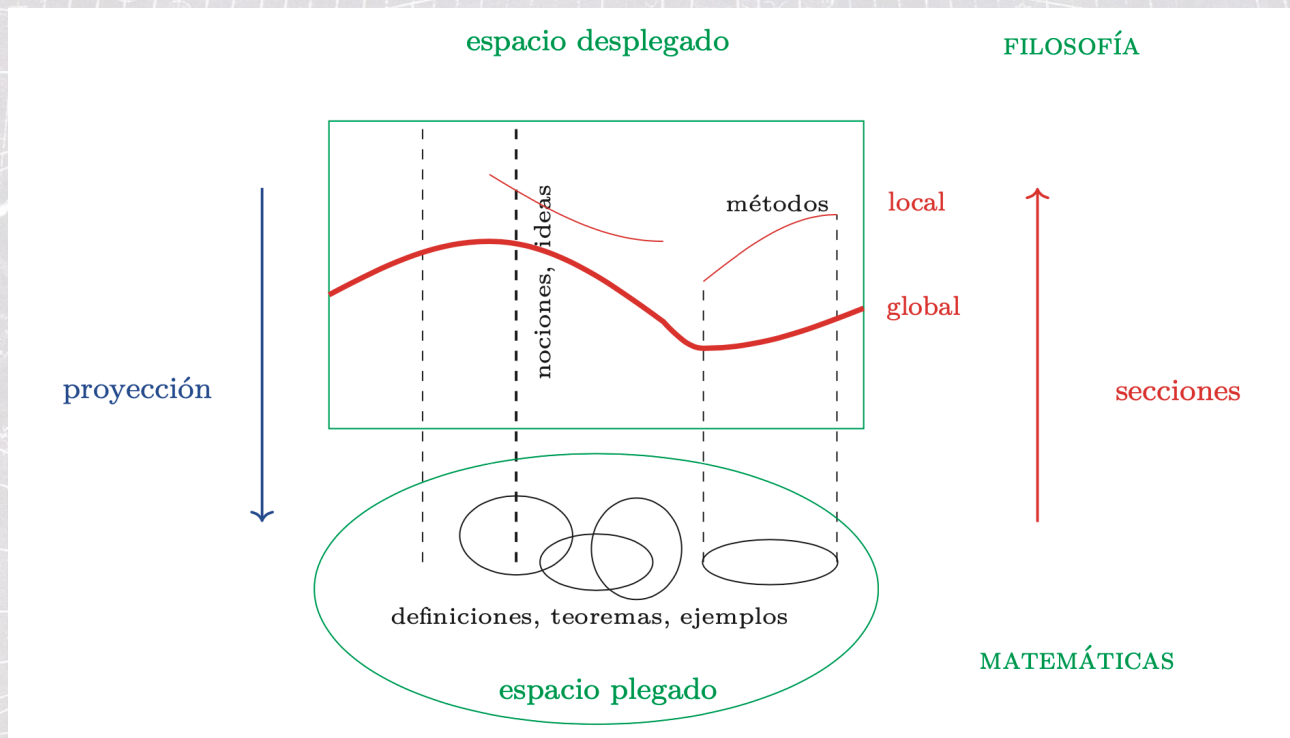
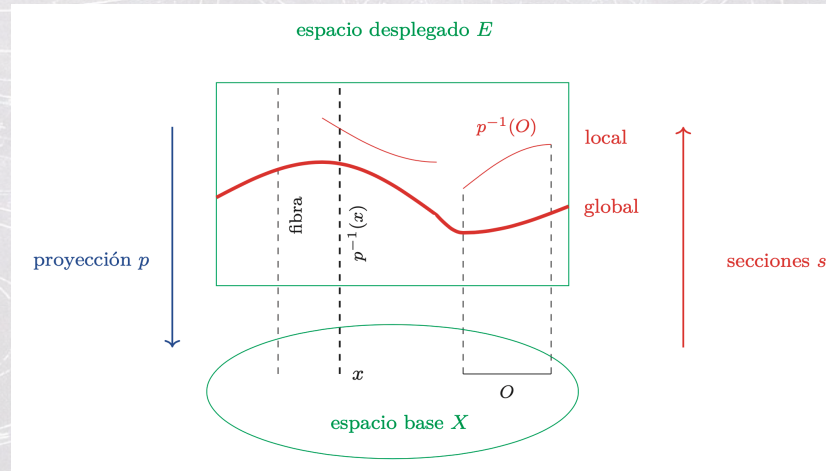
Editorial Universidad Nacional de Colombia



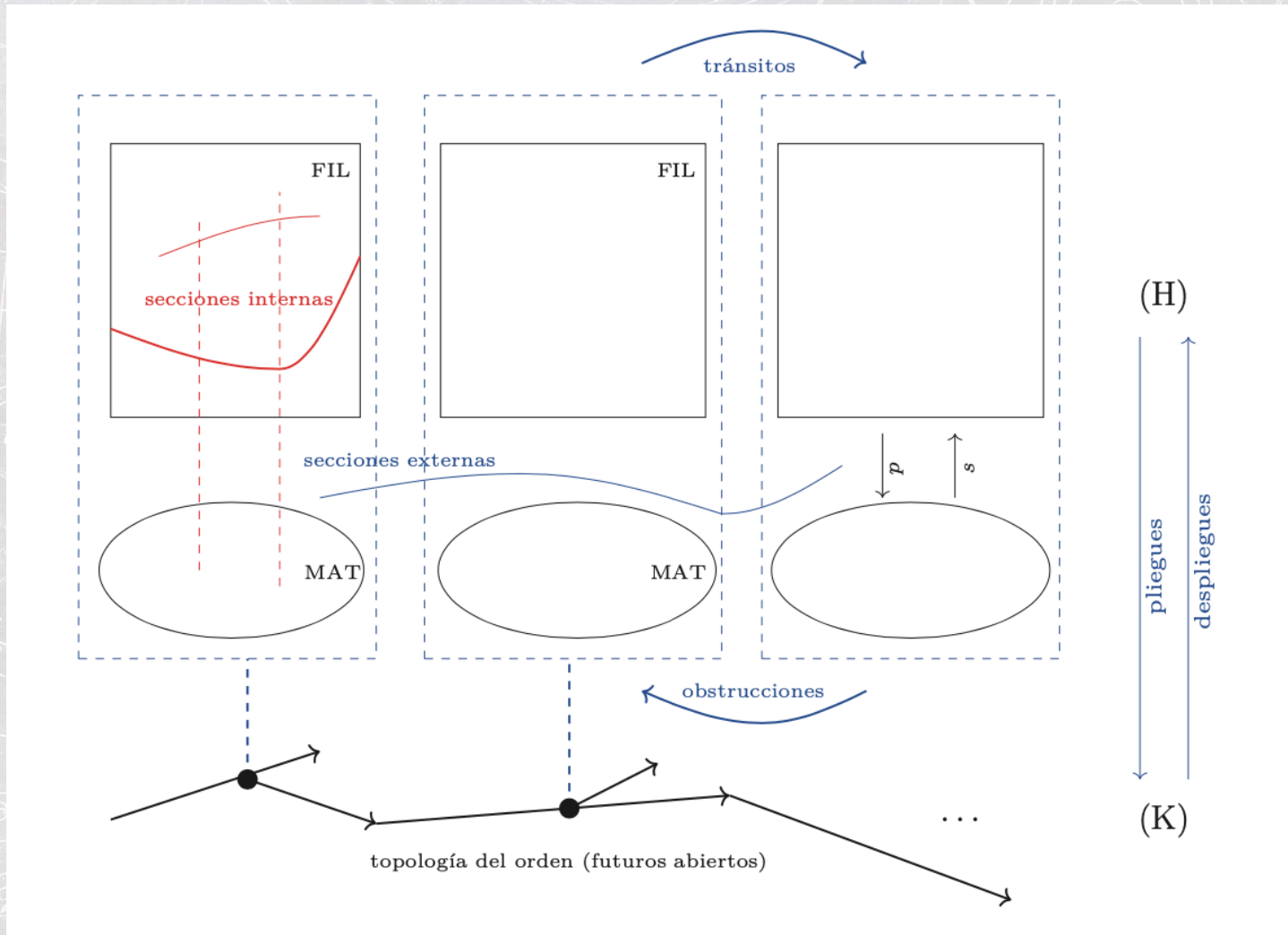
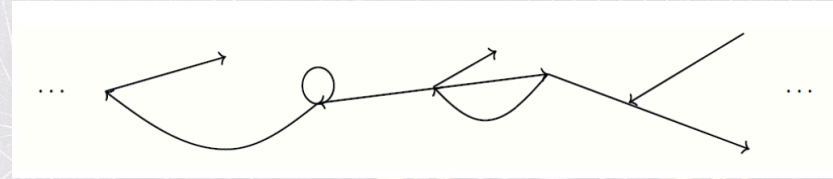
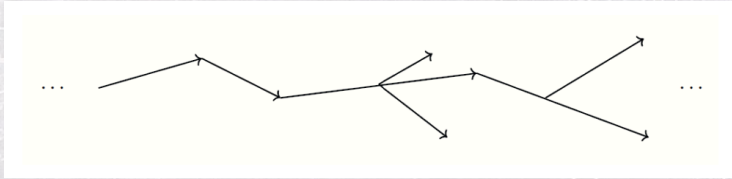
UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Contenido	
Introducción	11
Capítulo 0 <i>Hacia una razón extendida. Formas alternativas del entendimiento</i>	17
0.1 Las tramas del revés. Razón y co-razón	17
0.2 Ampliaciones del entendimiento 1900-1940	22
0.2.1 El <i>summum bonum</i> de Peirce	22
0.2.2 La razonabilidad de Vaz Ferreira	25
0.2.3 El alba creativa de Valéry	27
0.2.4 La perspectiva invertida de Florenski	30
0.2.5 La lirososofía de Epstein	32
0.2.6 La dinamografía de Warburg	35
0.2.7 La residualidad de Benjamin	39
0.2.8 El surracionalismo de Bachelard	42
0.3 Gestos y triadas para un saber alternativo	44
Capítulo 1 <i>(H) Haces. Fenomenología del pensamiento matemático</i>	49
1.1 La matemática como pensamiento: técnica y conceptualidad	49
1.2 Breve recordatorio sobre haces	53
1.3 El pensamiento matemático como un haz	58
1.4 Ejemplos (i)	61
1.4.1 Galois (H). Negación y estructura en la <i>Primera Memoria</i>	61
1.4.2 Riemann (H). Multiplicidad y unidad en la <i>Tesis Doctoral</i>	65
1.4.3 Poincaré (H). Continuidad y linealidad en el <i>Analysis situs</i>	72
1.4.4 Cantor (H). Corte y saturación en los <i>Beiträge</i>	76
1.4.5 Hilbert (H). Lo real y lo ideal en <i>Sobre el infinito</i>	79
1.4.6 Gödel (H). Control y exceso en la incompletitud	82
1.4.7 Grothendieck (H). Lo <i>étalé</i> y lo <i>étale</i> en EGA	86
1.5 Despliegues de la razón y pliegues de la co-razón	89
1.6 El homeomorfismo local y los sueños de Leibniz y de Peirce	91
1.7 El problema de las topologías para la base	94
Capítulo 2 <i>(HK) Haces sobre Modelos de Kripke. Historia del pensamiento matemático</i>	97
2.1 Breve recordatorio sobre modelos de Kripke intuicionistas y modales	97
2.2 Haces sobre modelos de Kripke	101
2.3 Ejemplos (ii)	103
2.3.1 Galois y Riemann (HK). Superficies	103
2.3.2 Cantor y Poincaré (HK). Topologías	108
2.3.3 Hilbert y Gödel (HK). Consistencias	111
2.3.4 Grothendieck (HK). Arquetipos	116
2.4 Tránsitos y obstrucciones	119
2.5 Las historias interna y externa	121
2.6 El problema de las transformaciones del pasado	125
Capítulo 3 <i>(THK) Topos de Haces sobre Kripke. Metafísica del pensamiento matemático</i>	127
3.1 Breve recordatorio sobre topos de Grothendieck	127
3.2 Topos de haces sobre modelos de Kripke	133
3.3 Ejemplos (iii)	138
3.3.1 Galois (THK). Teoría de la ambigüedad	138
3.3.2 Riemann (THK). Teoría de la complejificación	142
3.3.3 Poincaré (THK). Teoría de la reticularización cualitativa	145
3.3.4 Cantor (THK). Teoría de la buena ordenación	148
3.3.5 Hilbert (THK). Teoría de la basificación	151
3.3.6 Gödel (THK). Teoría de la limitación/excedencia	154
3.3.7 Grothendieck (THK). Teoría de la suavización	156
3.4 Abstracción META: tipos y arquetipos	162
3.5 Dualidad co: proyectividad e inyectividad	165
3.6 El problema de las propiedades globales	169
Capítulo 4 <i>(KTHK) Superficies de Riemann sobre el (THK). Entrelazamientos con la cultura</i>	173
4.1 Breve recordatorio sobre superficies de Riemann	173
4.2 Las ramificaciones del pensamiento matemático	177
4.3 El <i>Blow-Up</i> (K) sobre el (THK)	180
4.4 Ejemplos (iv)	184
4.4.1 Galois (KTHK). Turner, Hugo, Liszt	185
4.4.2 Riemann (KTHK). Novalis, Beethoven, Rodin	188
4.4.3 Poincaré (KTHK). Dostoevski, Chaicovski, Cézanne	193
4.4.4 Cantor (KTHK). Melville, Mahler, Monet	196
4.4.5 Hilbert (KTHK). Proust, Rodchenko, Welles	198
4.4.6 Gödel (KTHK). Mondrian, Musil, Wiene	201
4.4.7 Grothendieck (KTHK). Picasso, Lowry, Tarkovski	204
4.5 El problema de los tránsitos y las obstrucciones en la cultura	209
4.6 Un nuevo cálculo diferencial e integral para el entendimiento	212
Bibliografía	219
Índice onomástico	225
Índice de materias	230

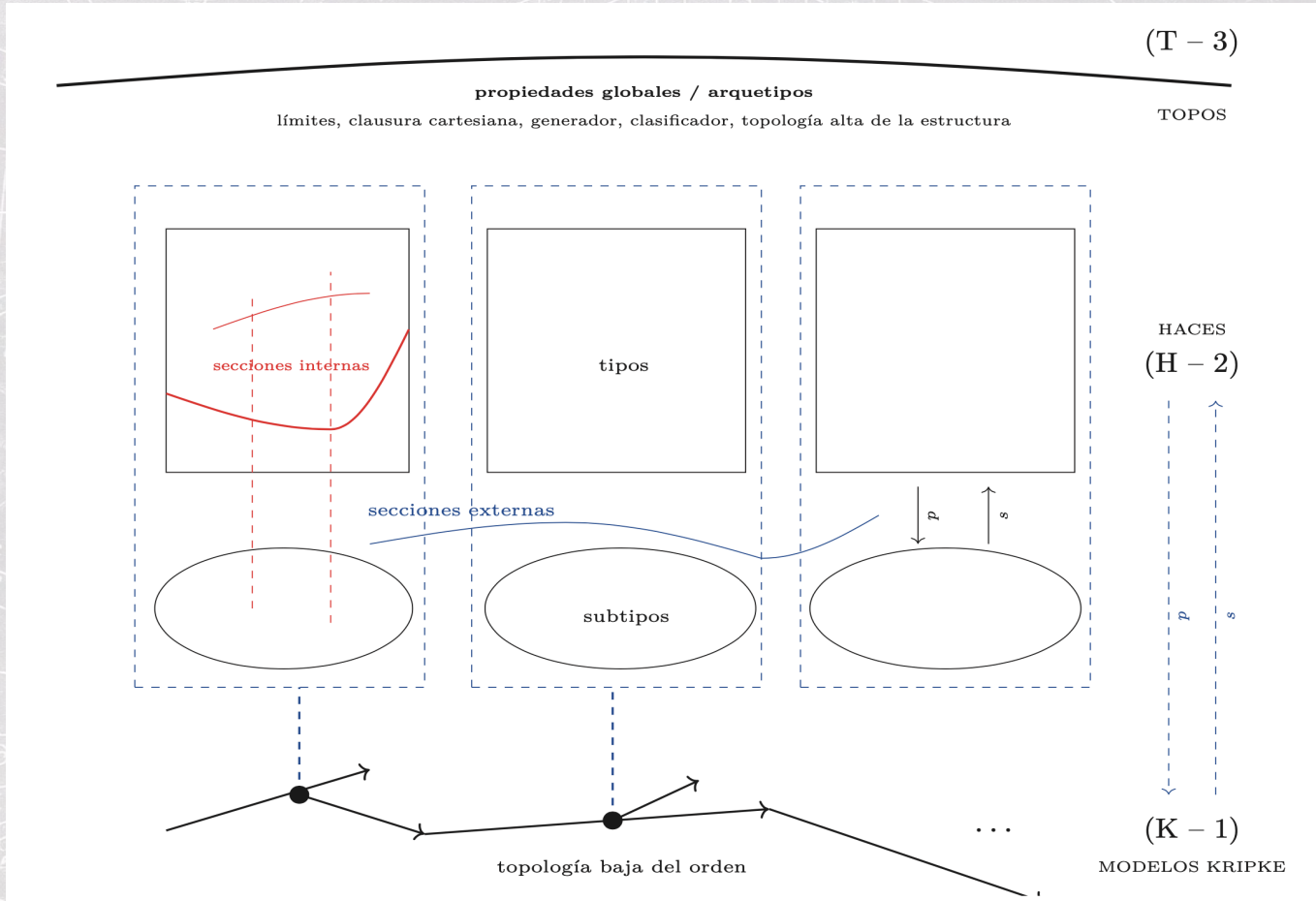
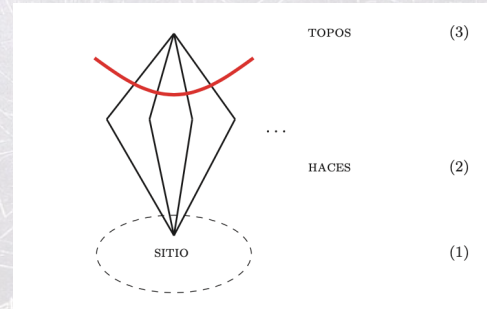
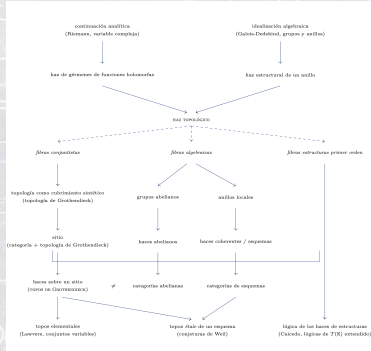
1. Haces y fenomenología



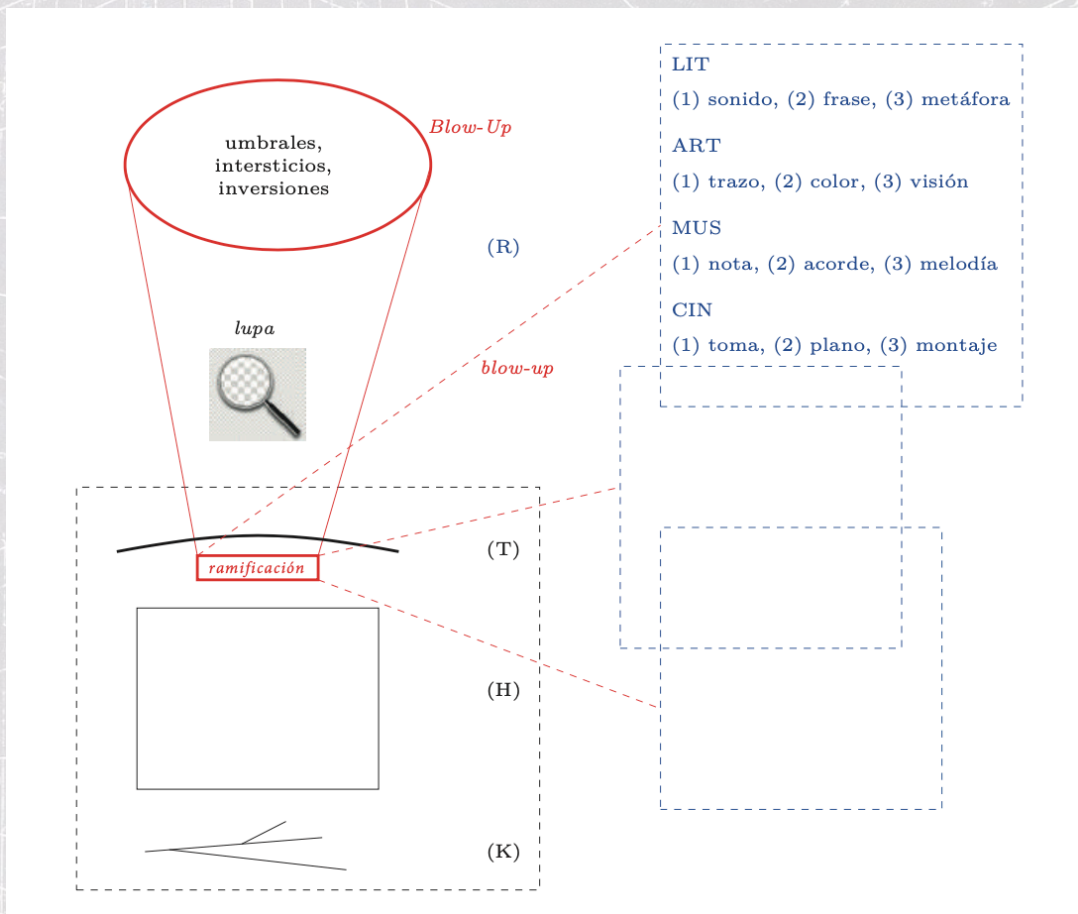
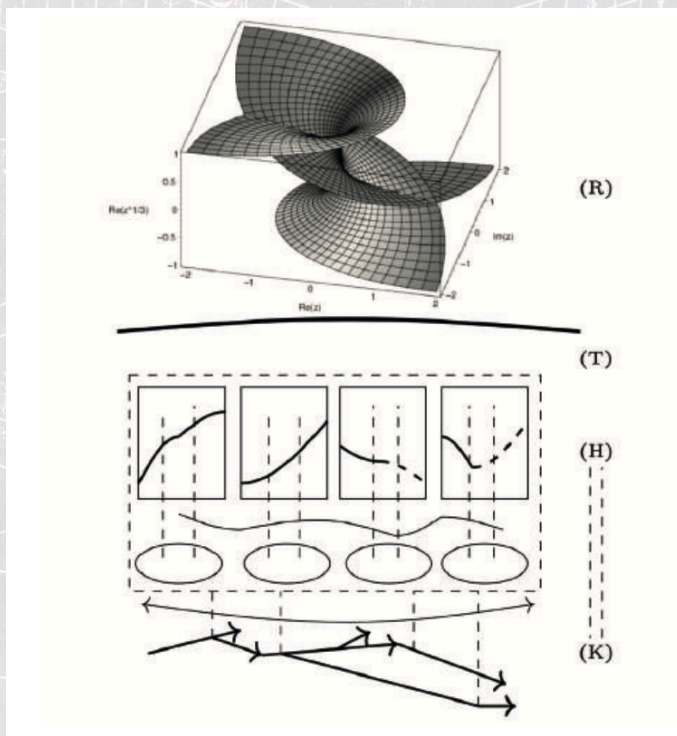
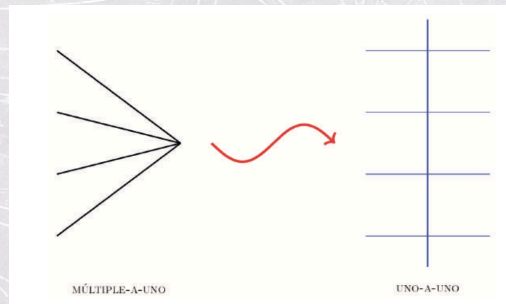
2. Modelos de Kripke e historia



3. Topos y metafísica



4. Superficies de Riemann y cultura

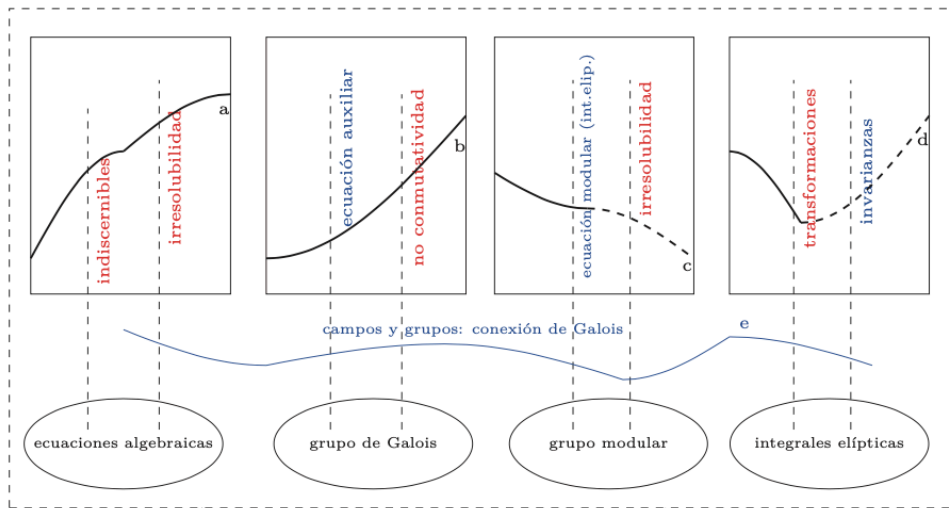


5. Ejemplos (1): Galois

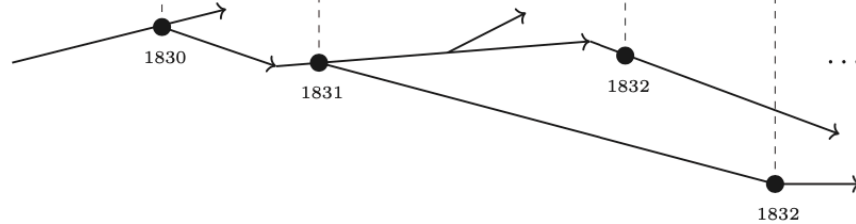
(T)

Teoría de la ambigüedad

construcción **positiva** de un objeto ($Gal(K : k)$) a través de sus limitantes **negativos** (indeterminación de las raíces)

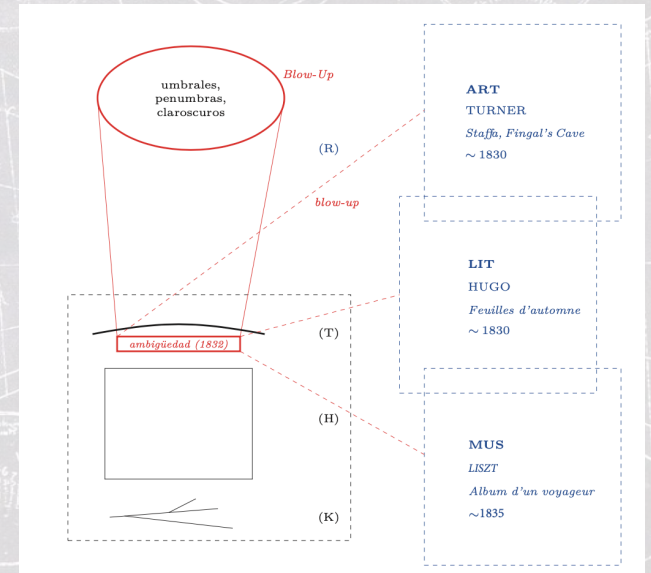


historia externa: **obscuridad** - incomprensión, prisión, desamor, duelo



(H)

(K)

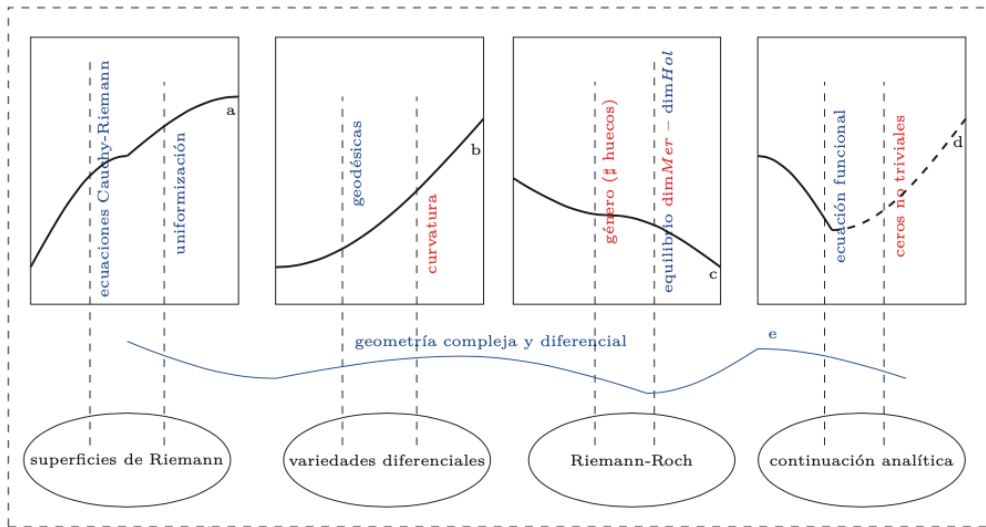


5. Ejemplos (2): Riemann

(T)

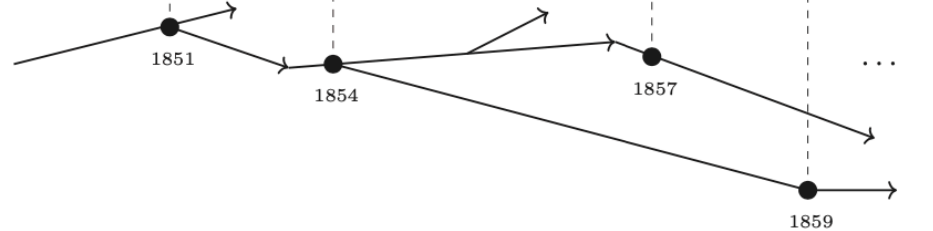
Teoría de la complejificación

armonía *negativa* – subsunción variación algebraico-discreta \hookrightarrow variación complejo-continua

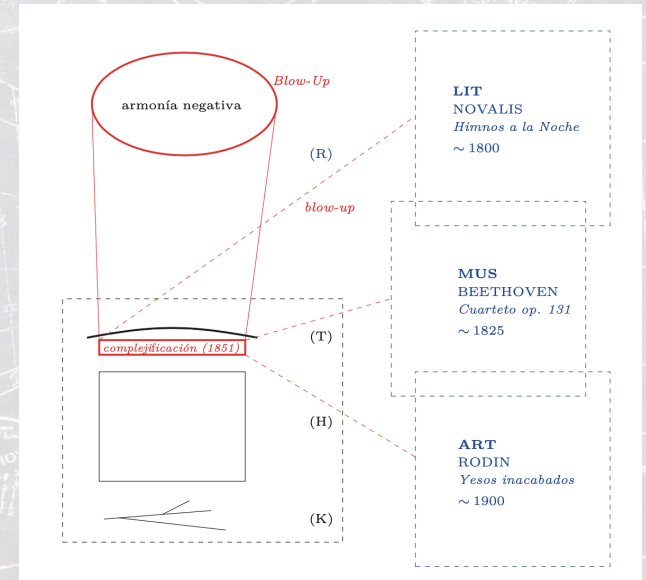


(H)

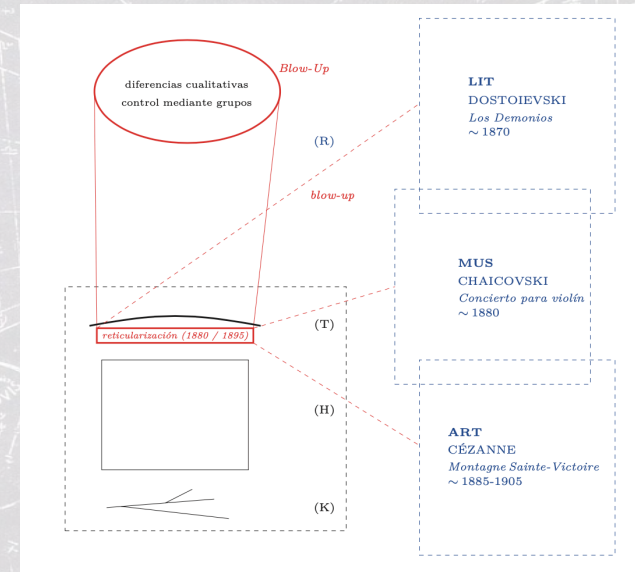
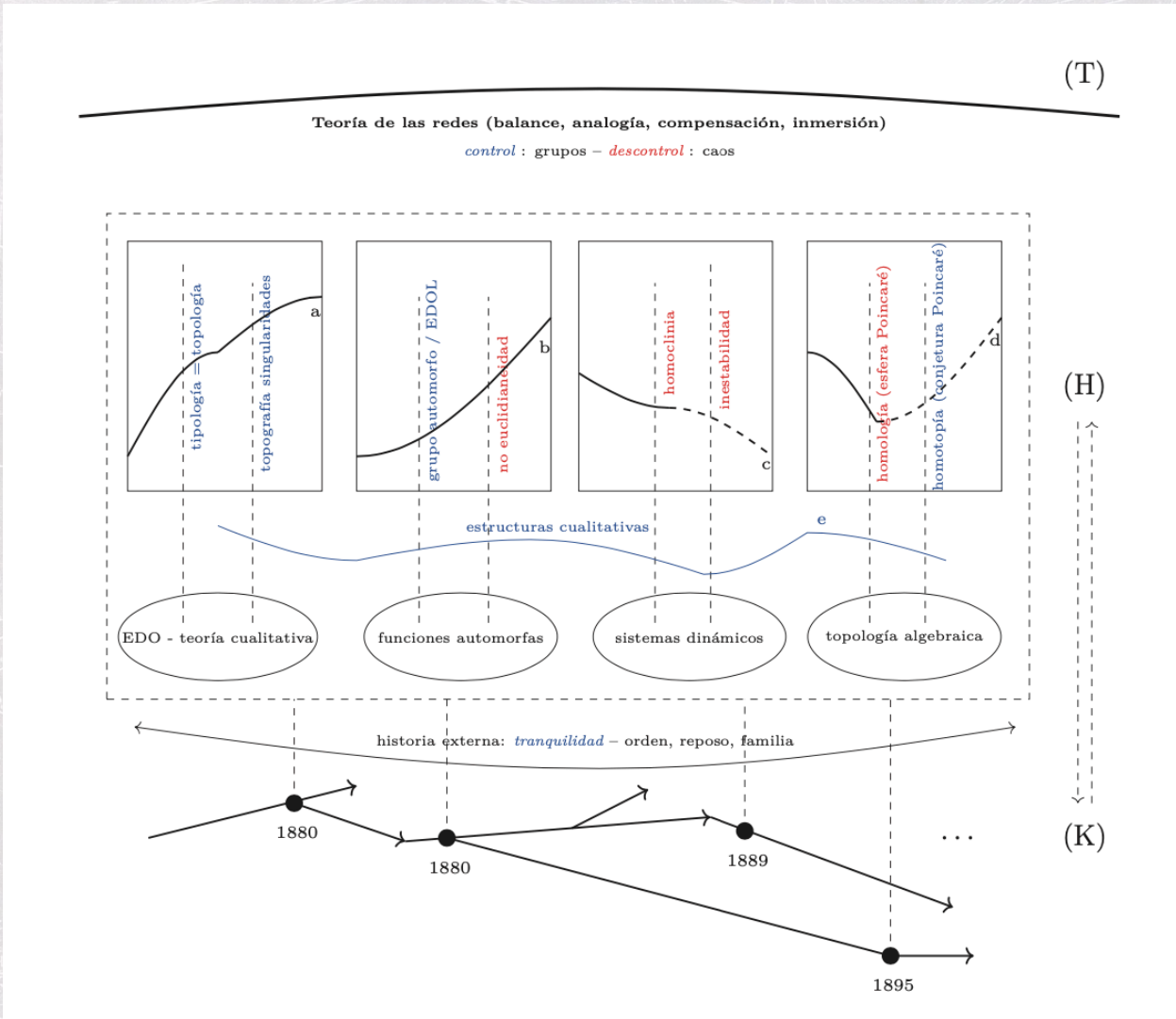
historia externa: *fragilidad* – soledad, hipocondría, tuberculosis



(K)



5. Ejemplos (3): Poincaré

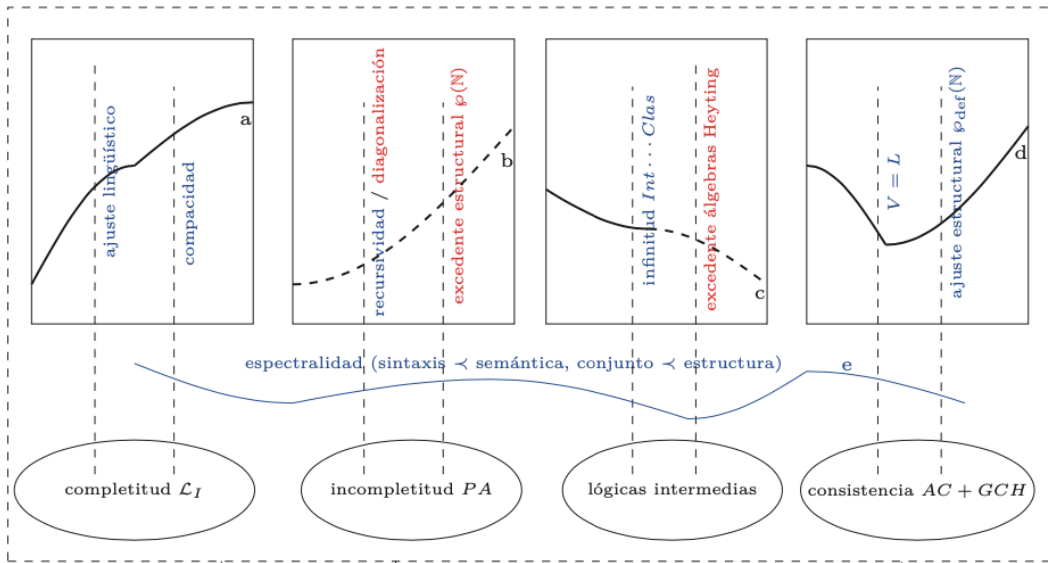


5. Ejemplos (4): Gödel

(T)

Teoría de la limitación/excedencia

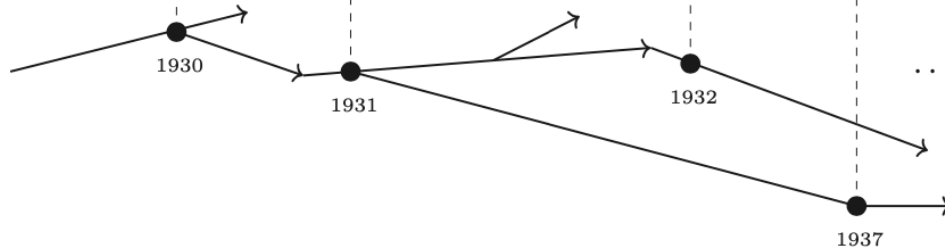
maximalidad (real < ideal) – *saturación* (visible < invisible)



espectralidad (sintaxis < semántica, conjunto < estructura)

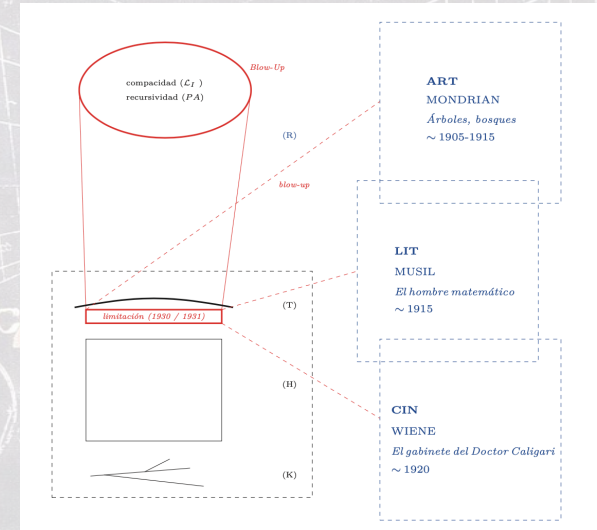


historia externa: *inestabilidad* – hondos desequilibrios psicológicos



(H)

(K)



Modelos en haces para el pensamiento matemático (2016-2021)

Modelos en haces para el pensamiento matemático ¶

Fernando Zalamea ¶

Colección **OBRA SELECTA**

Editorial Universidad Nacional de Colombia



Contenido		
Introducción		11
Capítulo 0 <i>Hacia una razón extendida. Formas alternativas del entendimiento</i>		17
0.1 Las tramas del revés. Razón y co-razón		17
0.2 Ampliaciones del entendimiento 1900-1940		22
0.2.1 El <i>summum bonum</i> de Peirce		22
0.2.2 La razonabilidad de Vaz Ferreira		25
0.2.3 El alba creativa de Valéry		27
0.2.4 La perspectiva invertida de Florenski		30
0.2.5 La lirososofía de Epstein		32
0.2.6 La dinamografía de Warburg		35
0.2.7 La residualidad de Benjamin		39
0.2.8 El surracionalismo de Bachelard		42
0.3 Gestos y triadas para un saber alternativo		44
Capítulo 1 <i>(H) Haces. Fenomenología del pensamiento matemático</i>		49
1.1 La matemática como pensamiento: técnica y conceptualidad		49
1.2 Breve recordatorio sobre haces		53
1.3 El pensamiento matemático como un haz		58
1.4 Ejemplos (i)		61
1.4.1 Galois (H). Negación y estructura en la <i>Primera Memoria</i>		61
1.4.2 Riemann (H). Multiplicidad y unidad en la <i>Tesis Doctoral</i>		65
1.4.3 Poincaré (H). Continuidad y linealidad en el <i>Analysis situs</i>		72
1.4.4 Cantor (H). Corte y saturación en los <i>Beiträge</i>		76
1.4.5 Hilbert (H). Lo real y lo ideal en <i>Sobre el infinito</i>		79
1.4.6 Gödel (H). Control y exceso en la incompletitud		82
1.4.7 Grothendieck (H). Lo <i>étalé</i> y lo <i>étale</i> en EGA		86
1.5 Despliegues de la razón y pliegues de la co-razón		89
1.6 El homeomorfismo local y los sueños de Leibniz y de Peirce		91
1.7 El problema de las topologías para la base		94
Capítulo 2 <i>(HK) Haces sobre Modelos de Kripke. Historia del pensamiento matemático</i>		97
2.1 Breve recordatorio sobre modelos de Kripke intuicionistas y modales		97
2.2 Haces sobre modelos de Kripke		101
2.3 Ejemplos (ii)		103
2.3.1 Galois y Riemann (HK). Superficies		103
2.3.2 Cantor y Poincaré (HK). Topologías		108
2.3.3 Hilbert y Gödel (HK). Consistencias		111
2.3.4 Grothendieck (HK). Arquetipos		116
2.4 Tránsitos y obstrucciones		119
2.5 Las historias interna y externa		121
2.6 El problema de las transformaciones del pasado		125
Capítulo 3 <i>(THK) Topos de Haces sobre Kripke. Metafísica del pensamiento matemático</i>		127
3.1 Breve recordatorio sobre topos de Grothendieck		127
3.2 Topos de haces sobre modelos de Kripke		133
3.3 Ejemplos (iii)		138
3.3.1 Galois (THK). Teoría de la ambigüedad		138
3.3.2 Riemann (THK). Teoría de la complejificación		142
3.3.3 Poincaré (THK). Teoría de la reticularización cualitativa		145
3.3.4 Cantor (THK). Teoría de la buena ordenación		148
3.3.5 Hilbert (THK). Teoría de la basificación		151
3.3.6 Gödel (THK). Teoría de la limitación/excedencia		154
3.3.7 Grothendieck (THK). Teoría de la suavización		156
3.4 Abstracción META: tipos y arquetipos		162
3.5 Dualidad co: proyectividad e inyectividad		165
3.6 El problema de las propiedades globales		169
Capítulo 4 <i>(KTHK) Superficies de Riemann sobre el (THK). Entrelazamientos con la cultura</i>		173
4.1 Breve recordatorio sobre superficies de Riemann		173
4.2 Las ramificaciones del pensamiento matemático		177
4.3 El <i>Blow-Up</i> (K) sobre el (THK)		180
4.4 Ejemplos (iv)		184
4.4.1 Galois (KTHK). Turner, Hugo, Liszt		185
4.4.2 Riemann (KTHK). Novalis, Beethoven, Rodin		188
4.4.3 Poincaré (KTHK). Dostoevski, Chaicovski, Cézanne		193
4.4.4 Cantor (KTHK). Melville, Mahler, Monet		196
4.4.5 Hilbert (KTHK). Proust, Rodchenko, Welles		198
4.4.6 Gödel (KTHK). Mondrian, Musil, Wiener		201
4.4.7 Grothendieck (KTHK). Picasso, Lowry, Tarkovski		204
4.5 El problema de los tránsitos y las obstrucciones en la cultura		209
4.6 Un nuevo cálculo diferencial e integral para el entendimiento		212
Bibliografía		219
Índice onomástico		225
Índice de materias		230